

# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2014

## MATHÉMATIQUES

### Série ES

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 7 (ES)

ES : ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées conformément à la réglementation en vigueur.

- *Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.*
- *Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.*
- *Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*
- *Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.*

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.

**EXERCICE 1 (5 points) Commun à tous les candidats**

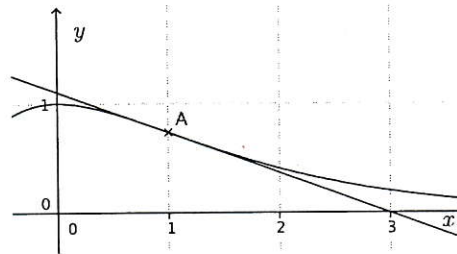
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte, ni n'enlève aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.

1. On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $[0 ; 3]$  ainsi que la tangente au point A d'abscisse 1.

En  $x = 1$ , le nombre dérivé de  $f$  est :

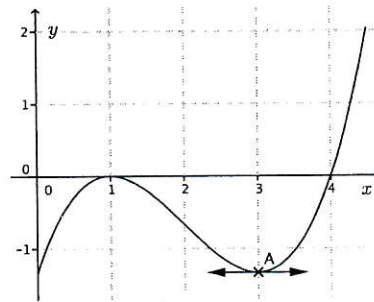
- a)  $-2e$   
 b) 3  
 c)  $\frac{1}{e}$   
 d)  $-\frac{1}{e}$



2. On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction  $g$  définie et dérivable sur  $[0 ; 5]$  ainsi que sa tangente horizontale au point A d'abscisse 3.

Le signe de la fonction dérivée de  $g$  est :

- a) négatif sur  $[0 ; 1]$   
 b) positif sur  $[3 ; 4]$   
 c) négatif sur  $[1 ; 4]$   
 d) change en  $x = 4$



3. La fonction  $H$  définie sur  $\mathbf{R}$  par  $H(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$  est une primitive de la fonction  $h$  définie par :

- a)  $e^{-\frac{x^2}{2}}$       b)  $-e^{-\frac{x^2}{2}}$       c)  $-xe^{-\frac{x^2}{2}}$       d)  $-2xe^{-\frac{x^2}{2}}$

4. Soit  $j$  la fonction définie sur  $]0 ; +\infty[$  par  $j(x) = 1 + \ln x$ .

L'équation  $j(x) = 0$  a pour solution :

- a)  $e$       b)  $-1$       c)  $\frac{1}{e}$       d) 1

5. On considère la fonction  $k$  définie sur  $\mathbf{R}$  par  $k(x) = 3x + 5$ .

L'aire, en unités d'aire, du domaine compris entre la courbe représentative de  $k$ , l'axe des abscisses, et les droites d'équation  $x = 0$  et  $x = 1$  est :

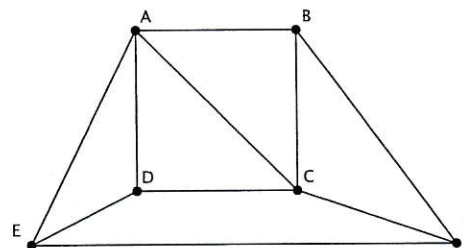
- a) 6,5      b) 8      c) 4,5      d) 8,5

## EXERCICE 2 (5 points) Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

### Partie A

Le graphe suivant représente le plan d'une ville. Les arêtes du graphe représentent les principales avenues et les sommets du graphe les carrefours entre ces avenues.

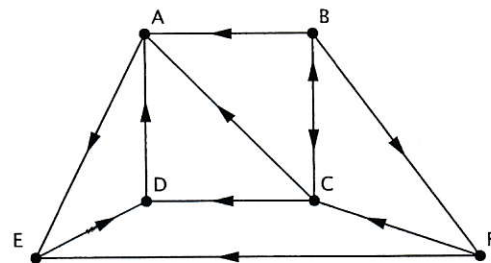
- Donner l'ordre du graphe puis le degré de chacun des sommets.
- Un piéton peut-il parcourir toutes ces avenues sans emprunter plusieurs fois la même avenue :
  - en partant d'un carrefour et en revenant à son point de départ ? Justifier la réponse.
  - en partant d'un carrefour et en arrivant à un carrefour différent ? Justifier la réponse.



### Partie B

Dans le graphe ci-contre, on a indiqué, pour cette même ville, le sens de circulation pour les véhicules sur les différentes avenues.

- Peut-on trouver un trajet de longueur quelconque qui permet d'aller de D à B en respectant les sens de circulation ? Justifier la réponse.
- Écrire la matrice  $M$  associée à ce graphe (on rangera les sommets dans l'ordre alphabétique)
- On donne la matrice  $M^3$  :



$$M^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Que représentent les coefficients de cette matrice ?
- Combien y-a-t-il de chemins de longueur 3 partant du carrefour B et arrivant en A ? Écrire tous ces chemins.
- Combien y-a-t-il de chemins de longueur 3 arrivant au point E ? Expliquer la démarche.

### EXERCICE 3 (4 points)      Commun à tous les candidats

Une entreprise produit à la chaîne des jouets pesant en moyenne 400g. Suite à une étude statistique, on considère que la masse d'un jouet est une variable aléatoire  $X$  qui suit la loi normale d'espérance  $\mu = 400$  et d'écart-type  $\sigma = 11$ .

*Dans tout l'exercice les résultats seront arrondis à  $10^{-2}$ .*

1. Déterminer  $P(385 \leq X \leq 415)$ . Interpréter ce résultat.
2. Justifier, en utilisant des propriétés du cours, que  $P(X \geq 411) \approx 0,16$ .
3. Un jouet est commercialisable s'il pèse au maximum 420g.  
Quelle est la probabilité que le jouet soit commercialisable ?
4. On cherche à contrôler la qualité des jouets. Pour cela on choisit de façon aléatoire un échantillon de 300 jouets.
  - a) Vérifier que les conditions de détermination de l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de jouets commercialisables sont vérifiées.
  - b) Déterminer cet intervalle.
  - c) On constate que 280 jouets de l'échantillon sont commercialisables.  
Ce résultat remet-il en question la modélisation effectuée par l'entreprise ?



### EXERCICE 4 (6 points) Commun à tous les candidats

Une personne décide d'ouvrir un compte épargne le premier janvier 2014 et d'y placer 2000 euros. Le placement à intérêts composés est au taux annuel de 3 %. Elle verse 150 euros sur ce compte tous les 1<sup>er</sup> janvier suivants.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le montant présent sur ce compte au premier janvier de l'année 2014+n après le versement de 150 euros. On a  $u_0 = 2000$ .

Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis à  $10^{-2}$  près.

#### Partie A

1. Calculer les termes  $u_1$  et  $u_2$  de la suite  $(u_n)$ .
2. Justifier que pour tout entier naturel  $n$  on a :  $u_{n+1} = 1,03u_n + 150$ .
3. Pour tout entier  $n$ , on pose  $v_n = u_n + 5000$ .  
Démontrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 1,03.
4. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  et en déduire que pour tout nombre entier  $n$  on a :  
 $u_n = 7000 \times 1,03^n - 5000$ .
5. À partir de quelle année, cette personne aura-t-elle au moins 4000 euros sur son compte épargne ? Indiquer la façon dont la réponse a été trouvée.

#### Partie B

L'algorithme ci-dessous modélise l'évolution d'un autre compte épargne, ouvert le premier janvier 2014, par une seconde personne.

<b>Variables :</b>	C et D sont des nombres réels N est un nombre entier
<b>Entrée :</b>	Saisir une valeur pour C
<b>Traitement :</b>	Affecter à N la valeur 0 Affecter à D la valeur $2 \times C$ Tant que $C < D$ faire affecter à C la valeur $1,03 \times C + 600$ affecter à N la valeur $N + 1$ Fin du Tant que
<b>Sortie :</b>	Afficher N

1. a) Que représente la variable C dans cet algorithme ?  
b) Quel est le taux de ce placement ?  
c) Quel est le versement annuel fait par cette personne ?
2. On saisit, pour la variable C, la valeur 3000.  
a) Pour cette valeur de C, en suivant pas à pas l'algorithme précédent, recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.

Valeur de C	3000				
Valeur de N	0				
Valeur de D	6000				.....
Test $C < D$	vrai				

- b) Qu'affiche l'algorithme ? Interpréter ce résultat.